Les premiers seront les derniers

Si Alfred est meilleur que Bérénice, si Bérénice est meilleure que Chrysostome, si Chrysostome est meilleur que Désirée, alors bien sûr Alfred est meilleur que Désirée ! Mais est-ce bien sûr ? Ce raisonnement (fort vague au demeurant) repose sur une **analogie avec la propriété de transitivité** de la relation d'inégalité entre nombres réels : il est vrai que, si $a > b$, si $b > c$ et si $c > d$, alors $a > d$.

Le problème est que les analogies sont utiles pour argumenter et pour expliquer. Mais, aussi brillantes soient-elles :

All the world's a stage,
And all the men and women merely players;
They have their exits and their entrances,
And one man in his time plays many parts,

elles sont loin de pouvoir démontrer une conclusion.

Considérons quatre à six dés, non truqués, dont les faces sont numérotées de la façon suivante:

- le dé A a deux faces portant le chiffre 0 et quatre faces portant le chiffre 4 ;
- le dé B de six faces portant toutes le chiffre 3 ;
- le dé C a deux faces portant le chiffre 6 et quatre faces portant le chiffre 2 ;
- le dé D a trois faces portant le chiffre 1 et trois faces portant le chiffre 5.

Lorsqu'on lance ces quatre dés, on dira qu'**un dé X l'emporte sur un dé Y lorsque le chiffre donné par X est strictement supérieur à celui donné par Y**.

Calculons la probabilité de l'évènement « A l'emporte sur B ». Cela signifie que A a donné le chiffre 4 et B a donné le chiffre 3. Comme les résultats des lancers de A et B sont indépendants, **P(« A l'emporte sur B »)=4×6=2/3**.

De même :

- B l'emporte sur C lorsque C donne le chiffre 2, donc :

P(« B l'emporte sur C »)=4×6=2/3.

- C l'emporte sur D lorsque C donne 2 et D donne 1, ou bien lorsque C donne 6, donc :

P(« C l'emporte sur D »)=(4/6)×(3/6)+2/6=1/3+1/3=2/3.

Si la relation « X l'emporte sur Y » était transitive, A devrait avoir plus d'une chance sur 2, voire 2 chances sur 3, de l'emporter sur D. Or A l'emporte sur D lorsque A donne 4 et D donne 1, donc : P(« A l'emporte sur D »)=(4/6)×(3/6)=1/3<1/2.

Finalement, **P(« D l'emporte sur A »)=2/3**.

Conclusion : A l'emporte sur B, B l'emporte sur C, C l'emporte sur D et… D l'emporte sur A, toujours avec la probabilité 2/3. Donc, par analogie, il est tout à fait raisonnable d'envisager que, même si Alfred est meilleur que Bérénice, que Bérénice est meilleure que Chrysostome et que Chrysostome est meilleur que Désirée, Désirée puisse l'emporte sur Alfred !

Adapté de : `http://www.pourlascience.fr/ewb_pages/a/article-les-des-affreux-d-efron-31236.php`