

Les techniques de calcul à maîtriser

ALGÈBRE

Trigonométrie et nombres complexes (PCSI) :

Les formules ! *Les formules !! Les formules !!!*

Polynômes (PCSI) :

Division euclidienne de polynômes.

Calcul ou factorisation d'un polynôme par majoration de son degré et recherche de racines et de leur ordre.

Algèbre linéaire (PCSI) :

Échelonnement d'une matrice par utilisation des trois opérations élémentaires sur les lignes.

Résolution d'un **système linéaire** (de Cramer ou non), par la méthode de Gauss ou par combinaisons astucieuses de lignes. Détermination d'une base du sous-espace des solutions. Application au calcul de l'inverse d'une matrice.

Pour une **famille de vecteurs** : critère de liberté, calcul du rang.

Pour un **sous-espace vectoriel** : recherche d'une famille génératrice, calcul d'une base et de la dimension.

Pour un **endomorphisme** : calcul de la matrice dans une base donnée.

Pour une **matrice** ou un **endomorphisme** : calcul du rang, calcul d'une équation cartésienne du noyau, calcul d'une base du noyau et d'une base de l'image.

Reconnaissance d'une projection ou d'une symétrie. Détermination des sous-espaces propres associés.

Calculs de **déterminants** avec simplifications préalables par opérations sur les lignes et les colonnes.

Algèbre linéaire (PC) :

Pour une **matrice** ou un **endomorphisme** :

- détermination des valeurs propres par calcul du polynôme caractéristique ou par résolution de $AX = \lambda X$ ou $f(u) = \lambda u$;

- détermination des sous-espaces propres et d'une éventuelle base de diagonalisation.

Calcul de puissances de matrices diagonalisables en utilisant la formule $A = P.D.P^{-1}$

Application à la résolution des systèmes différentiels linéaires $X' = AX$, où A est diagonalisable.

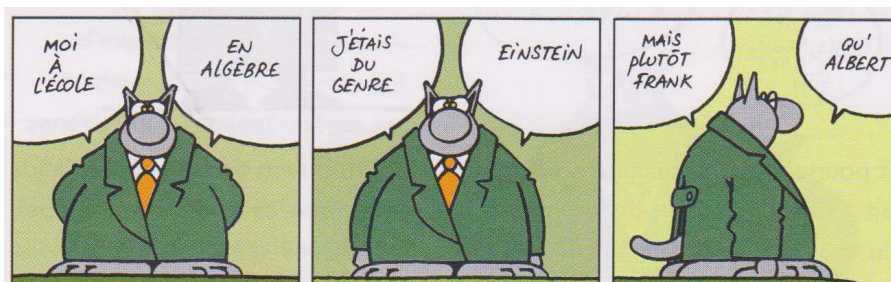
Espaces euclidiens (PC) :

Utilisation de l'écriture matricielle du produit scalaire.

Identification d'une famille orthonormée de vecteurs, d'une isométrie, d'une matrice orthogonale.

Calcul de la projection orthogonale d'un vecteur.

Identification d'un endomorphisme symétrique. Calcul d'une base orthonormée de diagonalisation.



PROBABILITÉS

Probabilités (PCSI & PC) :

Dénombrements avec ou sans ordre, avec ou sans répétition.

Utilisation de la notion de probabilité conditionnelle. Utilisation de la formule de Bayes.

Identification d'un système complet d'événements. Utilisation de la formule des probabilités totales.

Variations aléatoires (PCSI & PC) :

Identification des lois usuelles.

Calcul d'espérances, avec utilisation éventuelle du théorème du transfert.

Pour les variables aléatoires à valeurs dans \mathbb{N} : calcul de la série génératrice, loi de $X + Y$, expression de $P(X = k)$ à l'aide de $P(X \leq k)$ ou $P(X \geq k)$, lois de $\min(X, Y)$ et $\max(X, Y)$.

Pour un couple de variables aléatoires : calcul des lois conjointe et marginales, étude de l'indépendance.

Calcul de variances, covariances et coefficients de corrélations.

ANALYSE

Suites (PCSI) :

Calcul du sens de variation.

Calcul de la limite par théorèmes de comparaison.

Calcul des suites définies par $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$.

Calcul des suites définies par $u_{n+1} = au_n + b$

Étude des suites définies par $u_{n+1} = f(u_n)$.

Sommes (PCSI) :

Calcul de sommes se ramenant à une somme arithmétique, à une somme géométrique, à $\sum_{k=1}^n k$, à $\sum_{k=1}^n k^2$.

Calcul de sommes télescopiques.

Utilisation de la formule du binôme.

Séries numériques (PC) :

Étude de séries à termes positifs par théorèmes de comparaison ou règle de d'Alembert.

Étude de la convergence absolue d'une série.

Étude de séries alternées par utilisation du théorème ou par développement limité du terme général.

Majoration du reste d'une série alternée.

Calcul de séries géométriques ou télescopiques.

Fonctions (PCSI) :

Développements limités : les formules ! *Les formules !! Les formules !!!*

Opérations sur les développements limités et sur les équivalents. Application aux calculs de limites.

Démonstrations d'inégalités, généralement en se ramenant à la forme $f(x) \geq 0$ et en étudiant f .

Équations différentielles linéaires (PCSI & PC) :

Résolution des **équations d'ordre 1**. Utilisation de la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière de l'équation avec second membre.

Résolution des **équations homogènes d'ordre 2 à coefficients constants** par l'équation caractéristique.

Pour les **équations d'ordre 2 à coefficients non constants** (homogènes ou non) : recherche d'une solution particulière y_0 de l'équation homogène développable en série entière, calcul de la solution générale par changement d'inconnue $y = y_0 z$.

Changement de variable pour transformer une équation d'inconnue $y(x)$ en une équation d'inconnue $z(t)$.

Primitives et intégrales simples (PCSI) :

Calculs de primitives ou d'intégrales simples par intégration par parties ou changement de variable.

Calculs d'inégalités entre intégrales, avec ou sans valeurs absolues.

Dérivation de $\int_a^x f(t) dt$ lorsque f est continue, et plus généralement des intégrales fonction des bornes.

Intégrales généralisées (PC) :

Étude de la nature et calcul éventuel de la valeur d'une intégrale généralisée du type $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ par

passage à la limite dans l'intégrale simple $\int_a^x f(x) dx$.

Intégrales généralisées du type $\int_a^b f(x) dx$ se ramenant à une intégrale simple par prolongement par continuité de f .

Étude d'intégrales généralisées de fonctions positives ou étude de la convergence absolue d'une intégrale par théorèmes de comparaison.

Étude d'intégrales généralisées se ramenant par IPP et/ou CV à une intégrale absolument convergente.

Comparaison entre séries $\sum_{n \geq n_0} f(n)$ et intégrales $\int_{n_0}^{+\infty} f(x) dx$ dans le cas d'une fonction monotone.

Suites et séries de fonctions (PC) :

Calcul ou majoration de la norme infinie d'une fonction.

Suites de fonctions : étude des convergences simple et uniforme.

Séries de fonctions : étude des convergences simple et normale.

Dans le cas particulier des séries alternées de fonctions : étude de la convergence uniforme.

Séries entières (PC) :

Calcul du rayon de convergence, étude sur le cercle d'incertitude.

Calcul de développements en série entière : - par intégration ou dérivation terme à terme ;

- par somme ou produit de Cauchy de deux séries entières.

Fonctions de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} (PC) :

Étude de la continuité en $(0,0)$. Utilisation éventuelle des coordonnées polaires.

Calcul des dérivées partielles d'ordre 1 ou 2.

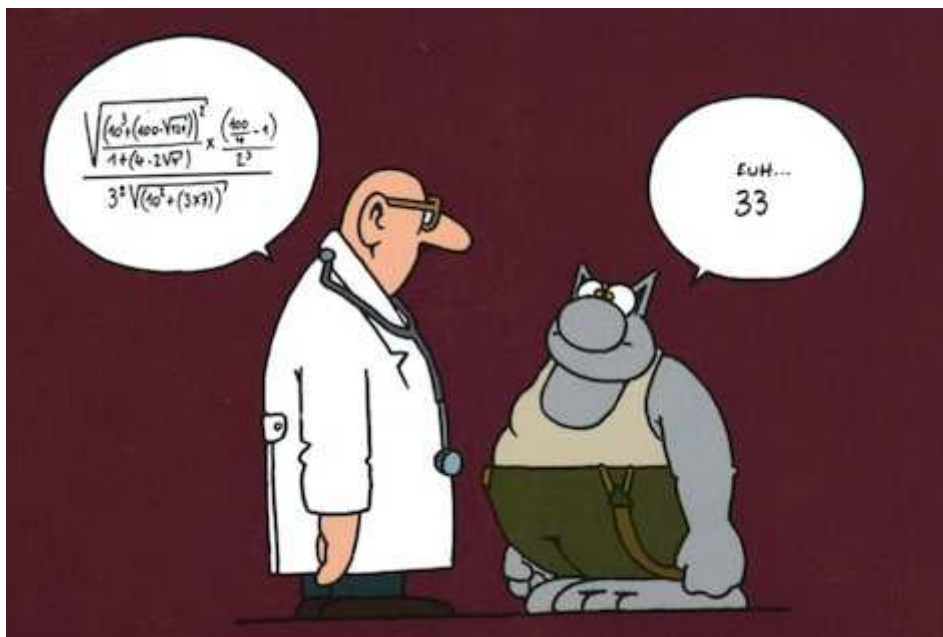
Recherche d'extremums.

Transformation des dérivées d'ordre 1 lors d'un changement de variable $(x,y) \rightarrow (u,v)$.

Résolution d'équations aux dérivées partielles, avec passage éventuel en coordonnées polaires.

Courbes paramétrées planes (PC) :

Étude et dessin dans des cas simples.



Et n'oubliez pas la géométrie :

