

## *La série converge ou diverge ? Question de point de vue...*

Il y a entre les géomètres et les astronomes une sorte de malentendu au sujet de la signification du mot *convergence*. Les géomètres, préoccupés de la parfaite rigueur et souvent trop indifférents à la longueur de calculs inextricables dont ils conçoivent la possibilité sans songer à les entreprendre effectivement, disent qu'une série est convergente quand la somme des termes tend vers une limite déterminée, quand même les premiers termes diminueraient très lentement. Les astronomes, au contraire, ont coutume de dire qu'une série converge quand les vingt premiers termes, par exemple, diminuent très rapidement, quand même les termes suivant devraient croître indéfiniment.

Ainsi, pour prendre un exemple simple, considérons les deux séries qui ont pour terme général

$$\frac{1000^n}{1.2.3 \dots n} \quad \text{et} \quad \frac{1.2.3 \dots n}{1000^n}$$

Les géomètres diront que la première converge, et même qu'elle converge rapidement, parce que le millionième terme est beaucoup plus petit que le 999 999<sup>e</sup>; mais ils regarderont la seconde comme divergente, parce que le terme général peut croître au delà de toute limite.

Les astronomes, au contraire, regarderont la première série comme divergente, parce que les 1000 premiers termes vont en croissant; et la seconde comme convergente, parce que les 1000 premiers termes vont en décroissant et que cette décroissance est d'abord très rapide.

Les deux règles sont légitimes : la première, dans les recherches théoriques; la seconde, dans les applications numériques. Toutes deux doivent régner, mais dans deux domaines séparés et dont il importe de bien connaître les frontières.

Henri Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (1892).

Source :

[https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement/M1\\_math\\_pour\\_physique/ Documents/Article\\_de\\_F\\_Pham\\_Borel.pdf](https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement/M1_math_pour_physique/ Documents/Article_de_F_Pham_Borel.pdf)