

L'archiduchesse choisit deux chaussettes de deux manières différentes

L'archiduchesse Marie-Thérèse a rangé ses chaussettes sèches dans deux tiroirs T_1 et T_2 . Dans T_1 , elle a rangé a chaussettes blanches et b chaussettes rouges. Dans T_2 elle a rangé α chaussettes blanches et β chaussettes rouges. L'archiduchesse s'ennuie. Elle se pose deux questions : **si je choisis au hasard un des deux tiroirs et que je prends deux chaussettes dans ce tiroir, quelle est la probabilité :**

- *qu'elles soient de la même couleur ?*

Dans T_1 il y a : - $\binom{a+b}{2}$ manières de prendre 2 chaussettes
 - $\binom{a}{2} + \binom{b}{2} = \frac{a(a-1)}{2} + \frac{b(b-1)}{2}$ manières de prendre deux chaussettes blanches **ou** deux chaussettes rouges.

→ Notez que j'ai dit **ou** et que j'ai effectué des **sommes**.

Le calcul dans T_2 est analogue en remplaçant a et b par α et β .

Donc la probabilité de prendre deux chaussettes de **même couleur** est :

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{a(a-1) + b(b-1)}{2 \binom{a+b}{2}} + \frac{\alpha(\alpha-1) + \beta(\beta-1)}{2 \binom{\alpha+\beta}{2}} \right),$$

soit :
$$\frac{a(a-1) + b(b-1)}{2(a+b)(a+b-1)} + \frac{\alpha(\alpha-1) + \beta(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)}$$

- *qu'elles soient de deux couleurs différentes ?*

Dans T_1 il y a : - $\binom{a+b}{2}$ manières de prendre 2 chaussettes
 - $\binom{a}{1} \times \binom{b}{1} = a.b$ manières de prendre une chaussette blanche **et** une chaussette rouge.

→ Notez que j'ai dit **et** et que j'ai effectué des **produits**.

Le calcul dans T_2 est analogue en remplaçant a et b par α et β .

Donc la probabilité de choisir deux chaussettes de **couleurs différentes** est :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{a.b}{\binom{a+b}{2}} + \frac{\alpha.\beta}{\binom{\alpha+\beta}{2}} \right),$$

soit :
$$\frac{a.b}{(a+b)(a+b-1)} + \frac{\alpha.\beta}{(\alpha+\beta)(\alpha+\beta-1)}$$