

# Devoir Maison 3

Pour le 6 mars 2014

## Problème. La bourse ou la vie

On cherche à calculer le gain maximum possible à la Bourse sur une action pendant une période de  $n$  jours, en ne faisant qu'une opération d'achat et de vente d'une seule action. On suppose que les cours quotidiens de cette action sont enregistrés dans une liste de nombres en virgule flottante  $a_i$  de  $n$  éléments ( $0 \leq i < n$ ).

On définit l'amplitude de la variation du cours comme la valeur absolue du maximum de la variation de ce cours pendant la période observée, c'est-à-dire la quantité suivante :

$$\text{amplitude} = \max_{0 \leq i \leq j < n} |a_j - a_i| = \max_{0 \leq i < n} a_i - \min_{0 \leq i < n} a_i$$

Le temps d'exécution  $T(f)$  d'une fonction  $f$  de la variable  $a$  est le nombre d'opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division, affectation) nécessaire au calcul de  $f(a)$ . Lorsque ce temps d'exécution dépend d'un paramètre  $n$ , il sera noté  $Tn(f)$ . On dit que la fonction  $f$  s'exécute :

- en temps linéaire par rapport au paramètre  $n$ , s'il existe  $K > 0$  tel que pour tout  $n$ ,  $Tn(f) \leq Kn$  ;
- en temps quadratique par rapport au paramètre  $n$ , s'il existe  $K > 0$  tel que pour tout  $n$ ,  $Tn(f) \leq Kn^2$ .

## Partie 1. Questions théoriques

### Consigne

*Vous rédigez vos réponses dans le langage Python sur une copie papier.*

**Q.1.** Écrire une fonction `amplitude(a)` qui retourne comme résultat l'amplitude de la variation du cours représenté par la liste  $a$ . Donner un ordre de grandeur du temps d'exécution de cette fonction en fonction de  $n$ .

Le gain maximum est le gain maximum possible sur la période observée, c'est-à-dire la quantité suivante :

$$\text{gain} = \max_{0 \leq i \leq j < n} (a_j - a_i)$$

**Q.2.** Donner un exemple où l'amplitude est différente du gain maximum. Que représente l'amplitude en terme de gain ou de perte ?

**Q.3.** En suivant textuellement la définition du gain, écrire une fonction `gain(a)` qui retourne, en temps quadratique (par rapport à  $n$ ), le gain maximal possible sur le cours représenté par la liste  $a$ . *Expliquer avec soin le caractère quadratique de votre fonction.*

**Q.4.** Modifier la fonction précédente pour aussi imprimer les deux dates  $i$  et  $j$  d'achat et de vente de l'action permettant d'obtenir le gain maximum sur la liste  $a$  (avec  $j - i$  minimum).

Pour tout  $i$  ( $0 \leq i < n$ ) définissons le gain courant maximum  $\text{gainCourant}_i$  comme le gain maximum possible obtenu en vendant son action au temps  $i$ , c'est-à-dire :

$$\text{gainCourant}_i = \max_{0 \leq k \leq i} (a_i - a_k)$$

**Q.5.** En calculant progressivement le gain courant maximum, écrire une fonction `gain1(a)` qui retourne, en temps linéaire (par rapport à  $n$ ), le gain maximum possible sur le cours représenté par la liste  $a$ .

**Q.6.** Modifier la fonction précédente pour aussi imprimer les deux dates  $i$  et  $j$  d'achat et de vente de l'action permettant d'obtenir le gain maximum sur la liste  $a$  (avec  $j - i$  minimum).

## Partie 2. Questions pratiques

### Consigne

*Vous restituez un fichier numérique qui contient le code Python vous permettant de répondre au problème posé ci-dessous.*

On a suivi l'évolution des cours de 250 actions pendant 100 jours. Dans un fichier texte `cours_actionk.txt`, avec  $k = 1 \dots 250$ , on a placé dans chaque ligne la valeur quotidienne de l'action (en dollars) à la clôture de la séance ; les ordres d'achat et de vente sont supposés être donnés à ce moment.

Ces fichiers sont disponibles dans le dossier compressé (.zip) `fichier_cotes` accessible dans le billet consacré à ce DM sur la page :

[etablissementbertrandeborn.net/blogprepasciences/](http://etablissementbertrandeborn.net/blogprepasciences/)

**Problème.** Trouver l'action ainsi que les jours d'achat et de vente vous permettant de réaliser un profit maximal. *Dès que vous pensez avoir une solution, postez vos réponses en commentaire au billet consacré à ce DM ; il y a un point à gagner pour les défis 2013/2014.*