

Devoir Maison 1 : corrigé

Exercice 1. Représentation des nombres

1. **Nombres entiers.** Pour la base 16, on utilise les chiffres 0, 1, ..., 9, A, B, C, ..., F.

Base 10	Base 2	Base 16
19	10011	13
170	10101010	AA
171	10101010	AB

2. **Nombres à virgule flottante.** On utilise les conventions données dans le **chapitre 2** : paragraphe 3.1.

On considère le nombre réel $x = \frac{5}{6}$. Approximations (par troncature) \tilde{x} en nombre à virgule flottante :

(a) $N = 4$ chiffres significatifs et base $b = 10$.

$$\tilde{x}_1 = 8,333.10^{-1}$$

(b) $N = 3$ chiffres significatifs et base $b = 2$.

$$\tilde{x}_2 = 1,10.10^{-1}$$

Indication. Pour (b) ; en base 10 :

$$\frac{5}{6} \times 2^3 = \frac{40}{6} = 6 + \frac{2}{3} = 13 + \varepsilon \text{ avec } 0 < \varepsilon < 1.$$

Donc, en base 2, $x.10^3 = 110 + \varepsilon = 1,10.10^2 + \varepsilon$.

Ainsi $x = 1,10.10^{-1} + \varepsilon'$ avec $0 < \varepsilon' < 10^{-3}$.

3. Voici une série de commandes rédigées dans un interpréteur **Python**.

```
>>> a=1.0
>>> b=a+1.0
>>> while b-a==1.0 :
    a=a*2.0
    b=a+1.0
```

(a) Si les calculs étaient réalisés en valeurs exacts, que se passerait-il à l'exécution de la boucle **while** ?

Réponse.

Comme nous avons l'instruction $b = a + 1.0$, on peut imaginer que la condition $b - a = 1.0$ est toujours vérifiée. **La boucle ne se termine pas.**

(b) Exécuter ces lignes de commandes sur votre ordinateur. Que constate-t'on ? Comment expliquer que la boucle se termine ?

On constate que la boucle se termine. L'affichage des dernières valeurs pour a et b donne :

$$a = b = 9007199254740992.0$$

Ainsi la boucle se termine car la condition $a - b == 1.0$ n'est plus réalisée.

On remarque que $9007199254740992.0 + 1.0 = 9007199254740992.0$. Ces deux quantités sont d'un ordre de grandeur trop différent. Quand Python effectue la somme de ces deux nombres, l'arrondi réalisé pour respecter le nombre de chiffres significatifs imposés conduit à négliger le terme 1.0.

- (c) Le programme `nombreBoucles.py` affiche le nombre de tours effectués par la boucle `while`.

Programme `nombreBoucles`.

```
a=1.0
b=a+1.0
compteur = 0 # Compte les tours de boucle
while b-a==1.0 :
    a=a*2.0
    b=a+1.0
    compteur=compteur+1 # Le compteur s'incrémente après un tour de boucle
print(compteur)
```

Exercice 2. Pour s'occuper pendant les longues soirées d'hiver

Vous pourrez trouver dans le cahier de texte une proposition de programme.