

Programme de colle 3 : semaine 40 du 28/09 au 2/10

Chapitre 0. Pour bien démarrer

- **Prolégomènes A** : quelques consignes pour bien lire et écrire des mathématiques ; quelques méthodes de démonstration (par implications, par l'absurde, par analyse-synthèse, par équivalences) ; du bon usage des quantificateurs.
- **Prolégomènes B** : inégalités et inéquations dans l'ensemble des nombres réels ; utilisation de la valeur absolue et inégalité triangulaire ; les intervalles.
- **Prolégomènes C** : rappels de trigonométrie ; formules d'addition et de duplication ; transformation d'expressions trigonométriques ; équations et inéquations trigonométriques.

Chapitre 1. Vocabulaire sur les fonctions

1. Vocabulaire de base sur les applications ; composition, restriction, prolongement.
2. Définition d'une application **bijective**. Caractérisation en terme d'équation. Application bijective et **ré-ciproque**.
3. **Cas d'une fonction d'une variable réelle**.
 - (a) Vocabulaire général : application majorée, minorée, bornée, périodique, paire, impaire.
 - (b) Courbe représentative : axes ou centres de symétrie ; caractérisation analytique de ces propriétés.
 - (c) Asymptotes obliques ; asymptotes verticales.
 - (d) **Théorème de la bijection**. Graphe de la réciproque.

Chapitre 2. Introduction au calcul différentiel

Nota Bene. Les fonctions d'une variable réelle considérées sont définies sur des intervalles ou réunion d'intervalles non vides, non réduits à un point. Elles sont à valeurs réelles.

1. Dérivation des fonctions d'une variable réelle

1. Taux d'accroissement, nombre dérivé et équation de la tangente en un point.
2. La fonction dérivée. Dérivées d'ordres supérieurs. Dérivées de fonctions usuelles.

2. Calculs de dérivées

Nota Bene. Les démonstrations des théorèmes suivants ne sont pas encore au programme.

1. Rappel sur la somme, le produit et le quotient.
2. **Dérivée d'une fonction composée.**

Soient $u : I \rightarrow \mathbb{R}$ et $v : J \rightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \quad u \text{ est dérivable sur } I ; \\ \bullet \quad v \text{ est dérivable sur } J ; \\ \bullet \quad \forall x \in I, u(x) \in J . \end{array} \right.$$

Alors $v \circ u$ est dérivable sur I et :

$$\forall x \in I, (v \circ u)'(x) = u'(x) \times v'(u(x))$$

3. Dérivée d'une fonction réciproque.

Soient $u : I \rightarrow J$ une application **bijection** telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ } u \text{ est dérivable sur } I; \\ \bullet \text{ } \forall x \in I, u'(x) \neq 0. \end{array} \right.$$

Alors **la réciproque** u^{-1} est dérivable sur J et :

$$\forall x \in J, (u^{-1})'(x) = \frac{1}{u'(u^{-1}(x))}$$

3. Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction d'une variable réelle :

1. Domaine de définition et restriction du domaine pour l'étude par symétrie.
2. Dérivabilité et calcul de la dérivée. Étude du signe, des zéros de la dérivée puis tableau de variation(s).
3. Étude asymptotique : asymptotes horizontales, verticales et obliques (*pas encore de méthode générale pour leur détermination*).
4. Tracé de l'allure de la courbe représentative.

Utilisation du calcul différentiel : pour déterminer des extrema, des variations, des signes, résoudre des équations ou inéquations...