

## Programme de colle 21 : semaine 13 du 29/03 au 1/04

### Chapitre 14 : espaces vectoriels et dimension finie

#### 6. Sommes de sous-espaces

##### 1. Généralités

- (a) Définition de  $F + G = \{u + v \mid (u, v) \in F \times G\}$   $F + G$  est un ss-ev..
- (b) Somme directe  $F \oplus G$  (lorsque  $F \cap G = \{0_E\}$ ). **Sous-espaces supplémentaires.**
- (c) Unicité de la décomposition d'un vecteur dans une somme de supplémentaires.

##### 2. Cas de la dimension finie.

- (a) Tout ss-ev  $F$  admet un supplémentaire. Dimension d'un supplémentaire.
- (b) Formule de Grassmann :  $\dim(F + G) = \dim F + \dim G - \dim(F \cap G)$ ;
- (c)  $E = F \oplus G$  est équivalent à chacune des trois assertions suivantes :
- (i)  $F + G = E$  et  $F \cap G = \{0_E\}$ ;
  - (ii)  $\dim F + \dim G = \dim E$  et  $F \cap G = \{0_E\}$ ;
  - (iii)  $\dim F + \dim G = \dim E$  et  $F + G = E$ .

### Chapitre 15. Dérivabilité des fonctions d'une variable réelle

⚠ Revoir le chapitre 2 sur l'introduction au calcul différentiel.

#### 1. Dérivabilité en un point & 2. Fonction dérivée

Rappels. Calculs de dérivées. Espaces de fonctions de classe  $\mathcal{C}^n$ .

#### 3. Accroissements finis

1. Nombre dérivé et extrema locaux.
2. **Théorème de Rolle**
3. **Égalité et inégalité des accroissements finis.**

Soit deux réels  $a < b$  et  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ .

Si  $f$  est continue sur  $[a, b]$  et dérivable sur  $]a, b[$  alors il existe  $c \in ]a, b[$  tel que :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

De plus, si  $f'$  est bornée sur  $]a, b[$  alors

$$|f(b) - f(a)| \leq |b - a| \sup_{t \in ]a, b[} |f'(t)|$$

Interprétations géométrique et cinématique.

Exemple d'utilisation :  $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$ .

#### 4. Applications à l'étude de fonctions

1. Caractérisation à l'aide de la dérivée des fonctions constantes, monotones et strictement monotones.
2. Détermination d'extrema par tableau de variations.