Programme de colle 16 : semaine 6 du 8/02 au 12/02

Chapitre 11. Matrices et calcul matriciel

⚠Revoir le chapitre 6 sur les systèmes linéaires.

1. L'ensemble $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$

Définition d'une matrice à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. Quelques matrices remaquables : la matrice nulle, les matrices carrées, diagonales ou triangulaires.

2. Opérations dans $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$

1. Combinaisons linéaires : somme et multiplication par un scalaire.
2. Le **produit matriciel** : définition et propriétés et « *non propriétés* ». Interprétation d'un système linéaire sous la forme $AX = B$, X et B désignant respectivement la matrice colonne des inconnues et du second membre.
3. Produit dans l'ensemble $\mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées : la matrice identité ; puissance de matrices et formule du binôme. Définition d'une **matrice inversible**, unicité : notation A^{-1}. Un produit de matrices A et B inversibles est inversible et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
4. La transposition. Définition et propriétés : si $A \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $B \in \mathscr{M}_{p,m}(\mathbb{K})$ alors ${}^t(AB) =^t B^tA$; si A est inversible alors ${}^tA$ l'est aussi et $({}^tA)^{-1} =^t (A^{-1})$.

3. Applications matricielles du pivot de Gauss

1. Interprétations matricielles des opérations élémentaires sur les lignes (resp. les colonnes) par produit à gauche (resp. à droite) de matrices inversibles. Interprétation matricielle du pivot de Gauss : pour tout $M \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$, il existe $P \in \mathrm{Gl}_n(\mathbb{K})$ et $R\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ échelonnée réduite (unique) telles que $M = PR$.
2. Caractérisations des **matrices inversibles**. Pour une matrice carrée de taille $n \times n$,
$$M \text{ est inversible} \iff \mathrm{rg}(M) = n \iff M \underset{L}{\sim} I_n$$
Méthodes pratiques de calcul de l'inverse par opérations élémentaires sur les lignes de la matrice et de l'identité.
3. Un système linéaire $AX = B$ a une unique solution si et seulement si A est inversible. *Méthodes pratiques de calcul de l'inverse par inversion d'un système linéaire.*

Chapitre 12. Nombres complexes II : compléments

⚠Revoir le chapitre 3 sur les nombres complexes.

Rappels Dictionnaire : plan euclidien muni d'un repère ON direct - ensemble $\mathbb{C}$. Expression complexe pour une distance, un angle ; conditions d'alignement et d'orthogonalité.

1. Racines n-ièmes dans $\mathbb{C}$

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Racines n-ièmes de l'unité. Définition et écriture trigonométrique : $e^{\frac{2ik\pi}{n}}, k = 0...n-1$. Somme. Représentation dans le plan complexe.
2. Définition d'une racine n-ième. Théorème d'existence pour tout complexe non nul de n racines n-ièmes distinctes ; méthode de détermination pratique (passage en notation exponentielle).