Colles PC
Semaines 47 et 48 (18/11 → 29/11)

★ *Compléments d'algèbre linéaire :*

• ***Projections et symétries***.

• ***Somme et somme directe*** *de n sous-espaces.* ***Base adaptée*** *à un sous-espace.* ***Base adaptée*** *à une décomposition* $E = F_1 \oplus F_2 \oplus ... \oplus F_n$.

• ***Sous-espaces stables par un endomorphisme***. ***Endomorphisme induit*** *sur un sous-espace stable.*

• ***Matrices diagonales par blocs*** : $\begin{pmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & A_n \end{pmatrix}$.

• ***Matrices triangulaires par blocs de la forme*** $M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$ *ou* $M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C & D \end{pmatrix}$. *Formule* $det\, M = det\, A.det\, D$

La matrice d'un endomorphisme f dans une base adaptée à F s'écrit $M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$ si et seulement si F est stable par f.

La matrice d'un endomorphisme f dans une base adaptée à une décomposition $E = F \oplus G$ s'écrit $M = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{pmatrix}$ si et seulement si F et G sont stables par f.

• ***Trace*** *d'une matrice ou d'un endomorphisme.*

• ***Matrices semblables***.

★ *Les formules de la quinzaine :*

① $det(AB) = det(A).det(B)$, $Tr(AB) = Tr(BA)$,

② $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$, ${}^t(AB) = {}^tB.{}^tA$

③ Si f est un endomorphisme d'un espace E de dimension finie, $dim(Ker f) + dim(Im\, f) = dim\, E$