

Colles PC

Semaines 11 et 12 (9/03 → 20/03)

Équations différentielles linéaires d'ordre 2 :

Théorème de Cauchy.

Équations homogènes à coefficients constants : les formules !!!!!

Si (E) est l'équation avec second membre et (H) l'équation homogène associée :

- l'ensemble des solutions de (H) sur un intervalle I est un plan vectoriel ;
- solution générale de (E) = solution générale de (H) + solution particulière de (E)
- recherche d'une solution particulière de (E) ou (H) développable en série entière ;
- connaissant une solution particulière y_0 de (H), résolution de (E) ou (H) par changement d'inconnue $y = y_0 z$.

Systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 :

Cas général : $X'(t) = A(t)X(t) + B(t)$. Théorème de Cauchy, écriture des solutions, dimension de l'espace des solutions.

Calcul de la solution générale de $X'(t) = A.X(t)$ lorsque A est une matrice diagonalisable.

★ Les 3 formules de la quinzaine :

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

② Soit $\omega > 0$. L'équation différentielle $y''(x) + \omega^2 y(x) = 0$ a pour solution générale réelle :

$$y(x) = C_1 \cos(\omega x) + C_2 \sin(\omega x).$$

$$\textcircled{3} \forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, \quad |z| - |z'| \leq |z + z'| \leq |z| + |z'| \quad \text{et} \quad |z| - |z'| \leq |z - z'| \leq |z| + |z'|$$